



移动扫码阅读

周灿,廖振良,孔令婷,等.基于熵权的模糊层次评价法在滴水湖水质评价中的应用[J].能源环境保护,2020,34(1):82-87.

ZHOU Can, LIAO Zhenliang, KONG Lingting, et al. Application of entropy-weight-based fuzzy hierarchical evaluation in water quality evaluation of Dishui Lake[J]. Energy Environmental Protection, 2020, 34(1): 82-87.

# 基于熵权的模糊层次评价法在滴水湖水质评价中的应用

周 灿<sup>1</sup>, 廖振良<sup>1</sup>, 孔令婷<sup>2</sup>, 钱 真<sup>2</sup>

(1. 同济大学 环境科学与工程学院, 上海 200091; 2. 上海市水务规划设计研究院, 上海 200233)

**摘要:**针对传统模糊综合评价中“权重赋值”、“模糊算子”及“综合评价原则”三个方面的不足,引入组合赋权法、相乘相加模糊算子以及置信度准则,提出了一种基于熵权的模糊层次评价法。以上海市滴水湖2018年12个月的水质监测数据为例,与传统模糊综合评价法评价结果进行对比。结果表明:滴水湖水质状况符合整体Ⅲ~Ⅳ类且局部Ⅱ类的规划中远期水质目标,满足城市一般工业用水和人类非直接接触娱乐用水要求,评价结果与实际情况相符;与传统模糊综合评价法相比,基于熵权的模糊层次评价法可以更好地辨识细微水质差别,权重计算与评价结果更为合理。

**关键词:**传统模糊综合评价法;层次分析法;熵权;置信度

中图分类号:X824

文献标识码:A

文章编号:1006-8759(2020)01-0082-06

## Application of entropy-weight-based fuzzy hierarchical evaluation in water quality evaluation of Dishui Lake

ZHOU Can<sup>1</sup>, LIAO Zhenliang<sup>1</sup>, KONG Lingting<sup>2</sup>, QIAN Zhen<sup>2</sup>

(1. College of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200091, China;

2. Institute of Water Planning and Design, Shanghai 200233, China)

**Abstract:** In order to make up the shortcomings of traditional fuzzy comprehensive evaluation in weight assignment, fuzzy algorithm and comprehensive evaluation principle, an entropy-weight-based fuzzy hierarchical evaluation method was proposed which includes Combination Weighing Method, multiply and add fuzzy operators and the degree of confidence. In addition, Shanghai Dishui lake was taken as an example and its 12 months' water quality monitoring data in 2018 was used to compare with the traditional fuzzy comprehensive evaluation. The results show that water quality of Dishui lake conforms to its long-term planning target - III ~ IV class overall and II class in some areas, and meets the demand of urban common process water and recreational water for human non-direct contact, which coincides with the actual situation. Compared with the traditional fuzzy comprehensive evaluation method, the entropy-weight-based fuzzy hierarchical evaluation method can identify subtler change of water quality, and its weight calculation as well as evaluation results were more reasonable and reliable.

**Key Words:** Traditional fuzzy comprehensive evaluation method; Analytic hierarchy process; Entropy weight; Degree of confidence

收稿日期:2019-08-05

基金项目:国家重点研发计划政府间国际科技创新合作重点专项(2016YFE0123300);国家重点研发计划(2017YFC0405400);国家自然科学基金项目(No.51578396;51778451)

第一作者简介:周灿(1995-),女,江苏扬州人,硕士研究生,主要从事流域水质评价与基础研究。E-mail:zhou\_can95@163.com

## 0 引言

由于水环境是一个复杂的且较为不确定的系统,且水环境污染程度与水质等级之间存在模糊关系,从而难以依据单因子指数进行客观评价<sup>[1]</sup>;同时由于模糊理论可以定量处理那些不明确、不容易定量的对象,直观表示出各评价因子对各水质等级的隶属程度,最终能客观、合理地反映水环境质量情况<sup>[2-4]</sup>,故模糊综合评价法被越来越多的学者运用于水质评价领域。

传统的模糊综合评价法通过相对隶属度划分水质分类的界限,虽然很好地展现了水质状况以及级别划分的模糊性,可以客观地反映综合水质的状况,但其仍存在不足。用超标赋权法这种主观赋权的方法确定指标权重,由于指标与标准值之间的比例无法描述指标之间的相互作用,致使评价结果的准确性有待验证,且当有很多评价对象时,需重复计算每一对象、每一评价指标的权重值,工作量较大。

取大取小模糊算子强调极值作用过强,即最终的评价结果数值仅仅为权重系数或隶属度,从而丢失了大量的中间值信息,影响评价的准确性<sup>[5]</sup>。

传统的模糊综合评价法利用最大隶属度原则来确定水质类别,但由于模糊数学本身的不足,当各水质指标所属类别的同步性较差时,最大隶属度原则往往失效,出现评价结果均化、失真和跳跃等现象<sup>[6]</sup>;当同一水质类别具有更细微的污染程度差异时,最大隶属度原则无法辨识,故其不适合用于地表水水质评价等有序评价;各评价指标贡献率的不同会导致最大隶属度原则的低效或失

效,因此,首先必须结合各评价指标的权重计算出最大隶属度原则的有效度<sup>[7]</sup>。

本文以滴水湖为例,针对传统模糊综合评价中的“权重赋值”、“模糊运算”及“综合评价原则”3个方面的不足进行改进,提出了基于熵权的模糊层次评价法,即用“层次分析法和熵权法的组合赋权”代替原“超标赋权法”、用“相乘相加模糊算子”代替原“取大取小算子”、用“基于置信度的综合评价原则”代替原“最大隶属度原则”,并通过实例来对比分析改进的模糊综合评价法和传统的模糊综合评价法的评价结果。

## 1 基于熵权的模糊层次评价法模型

### 1.1 研究区域

作为上海临港新城的标志性象征物,滴水湖坐落于东海之滨、杭州湾和上海东南长江口交汇处(东经 121°51′、北纬 30°53′),所处北亚热带季风区,属于典型的海洋性季风气候。滴水湖呈圆形,最深处水深达到 6.2 m,平均水深为 3.7 m,总面积为 5.56 km<sup>2</sup><sup>[8]</sup>。

滴水湖湖体于 2003 年完成开挖,是至今为止国内最大的人工湖泊,同时也是世界上城市景观湖泊中最大的人工湖泊,有置换水体、防汛排涝、改善地区气候以及塑造城市生态景观等功能。其计划中远期的水质规划目标为Ⅲ~Ⅳ类,局部达到Ⅱ类水标准,需满足城市的一般工业用水和人类非直接接触娱乐用水需求<sup>[9-10]</sup>。因此,对滴水湖湖区水质进行长期监测和水质评价,有利于其健康良性的发展以及整体功能的改善。滴水湖在线监测点位分布见图 1。

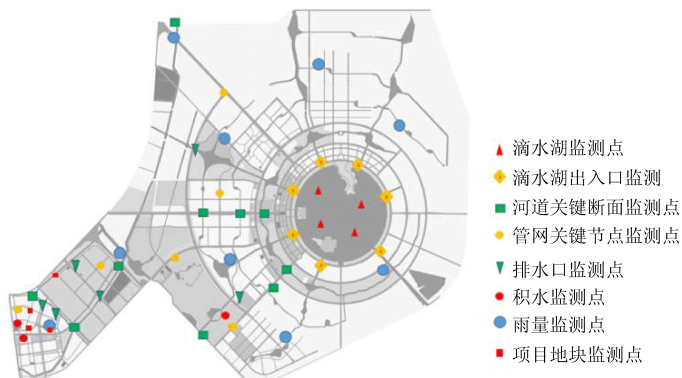


图 1 滴水湖在线监测点分布示意图

### 1.2 评价指标及评价等级

根据中华人民共和国国家标准《地表水环境

质量标准》(GB 3838—2002),综合考虑了滴水湖的限制因子以及其他各种影响因素,从 24 个地表

水环境质量的指标中选取了 6 个作为主要影响因素来进行水质评价。以基本项目标准限值作为水质评价依据,将水质分为 5 级,确定评价等级集合  $V = \{ \text{I 类, II 类, III 类, IV 类, V 类} \}$ ; 同时综合考虑了图 1 所示 4 个湖心在线监测点以及 8 条人工采样垂线的监测数据,得到滴水湖 2018 年水质指标监测数据如图 2 所示。

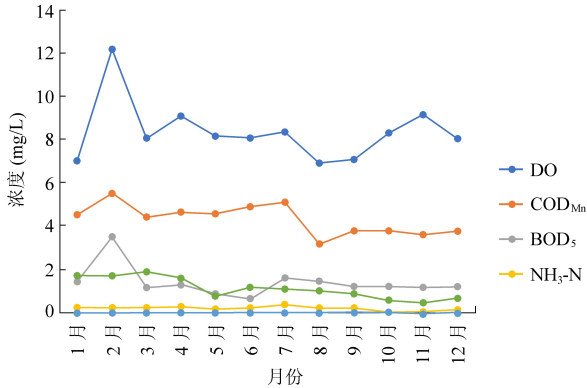


图 2 滴水湖 2018 年水质监测数据 (mg/L)

### 1.3 隶属函数矩阵

首先根据公式 (1), (2), (3) 计算出 6 个评价指标的隶属函数。具体各指标的隶属函数见参考文献<sup>[7]</sup>, 再根据 2018 年滴水湖水水质监测数据, 手动计算构建得的隶属矩阵 R1-R12。

$$r_{i1} = \begin{cases} 1 & x_i \leq s_{i1} \\ \frac{x_i - s_{i2}}{s_{i1} - s_{i2}} & s_{i1} < x_i \leq s_{i2} \\ 0 & x_i > s_{i2} \end{cases} \quad (1)$$

$$r_{ij} = \begin{cases} 0 & x_i \leq s_{i(j-1)} \\ \frac{x_i - s_{i(j-1)}}{s_{ij} - s_{i(j-1)}} & s_{i(j-1)} < x_i \leq s_{ij} \\ \frac{x_i - s_{i(j+1)}}{s_{ij} - s_{i(j+1)}} & s_{ij} < x_i \leq s_{i(j+1)} \\ 0 & x_i > s_{i(j+1)} \end{cases} \quad (2)$$

$$r_{im} = \begin{cases} 0 & x_i \leq s_{i(m-1)} \\ \frac{x_i - s_{i(m-1)}}{s_{im} - s_{i(m-1)}} & s_{i(m-1)} < x_i \leq s_{im} \\ 1 & x_i \geq s_{im} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $x_i$ —第  $i$  个评价指标的实际监测浓度;  $s_{ij}$ —第  $i$  个评价指标第  $j$  类水质的标准值。

### 1.4 组合权重

#### (1) 层次分析法

第一, 根据环境背景和区域水质特征, 确定了 6 个评价指标。

第二, 构造判断矩阵  $C = (c_{ij})_{n \times n}$ 。

判断矩阵里的值是各元素相对重要性的量化指标, 一般采用 1~9 尺度法。但是在大气、水和噪声等环境的单因素质量体系评判中, 通过专家给出的判断矩阵具有较大的不确定性, 可以用实测浓度的比值来描述水质指标之间的相对重要性。为了使得各评价指标具有可比性, 采用污染指标贡献率的方法, 即将评价指标的单项污染指数作为标度, 构建两两判断矩阵<sup>[11]</sup>, 最后构造出判断矩阵 B1~B12。

第三, 使用软件 Matlab R2018a 求解判断矩阵的最大特征值及其对应的特征向量。

第四, 一致性检验。定义一致性检验指标 CI 为:  $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ , 随机一致性比率  $CR = \frac{CI}{RI}$ 。其中,  $\lambda_{\max}$  为最大特征值。若  $CR \leq 0.1$  表示一致性较好,  $CR > 0.1$  则表示一致性不好, 需修正判断矩阵, 直至  $CR \leq 0.1$ 。

#### (2) 熵权法

第一, 原始数据标准化。设评价样本  $m$  个, 评价指标  $n$  个, 得到归一化矩阵  $R = (r_{ij})_{m \times n}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ; 其中  $r_{ij}$  表示第  $i$  个评价对象在第  $j$  项指标上的标准数值。越大越优型指标:  $r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$ ; 越小越优型指标:  $r_{ij} = \frac{x_{\max} - x_{ij}}{x_{\max} - x_{\min}}$ 。

第二, 定义熵。指标  $j$  的信息熵为:  $E_j = \frac{-\sum_{i=1}^m c_{ij} \ln c_{ij}}{\ln m}$ ; 其中, 当  $c_{ij} = 0$  时, 令  $\ln c_{ij} = 0$ 。

第三, 定义各个评价指标的熵权  $A_j$ 。  $A_j = (1 - E_j) / (n - \sum_{j=1}^n E_j)$ ; 其中,  $\sum_{j=1}^n A_j = 1$ , 最终得到熵权向量  $A_2$ 。

#### (3) 组合赋权

层次分析法虽然体现了最大污染指标的影响, 但评价指标之间仅是两两进行比较, 无法体现各个指标的联系, 从而导致评价结果多取决于最大污染指标。熵权法综合考虑了各个指标, 但由于忽视了最大污染因子, 故其权重赋值偏小。因此, 两种方法均不够全面, 故本文采用熵权法对层次分析法进行修正, 能使权重赋值更加准确。

由于本文采用层次分析法和熵权法 2 种方法, 且无偏好性, 因此可采用简单的算术平均法进行权重的组合  $A = 0.5(A_1 + A_2)$ 。

### 1.5 模糊运算及综合评价原则

取大取小是指标决定型算子,采用取大取小原则对原始数据进行筛选,过多强调了最大污染指标,以隶属度最大原则为最终评判标准,从而造成数据丢失的结果。相反,相乘相加模型不仅综合了最大污染指标的影响,还客观反映了所有指标对水质的作用,保留了原始数据的全部信息,避免在取大原则下舍小值、取小原则下舍大值造成的数据丢失情况。

针对最大隶属度原则存在的弊端,本文引入置信度的概念。置信度准则是从“强”的角度考虑的,认为越“强”越好,而且“强”的类别应占比例相当大。设 $(C_1, C_2, \dots, C_n)$ 是一个有序的水质评价集, $\lambda$ 为置信度,监测断面 $x$ 属于 $C_i$ 类水的隶属度为 $u_x(c_i)$ ,记监测断面所属水质类别为 $Ck_0$ ,即有以下表达式<sup>[12]</sup>:

$$k_0 = \begin{cases} \min\left\{k: \sum_{i=1}^k u_x(C_i) \geq \lambda, 1 \leq k \leq n\right\} \\ C_1 > C_2 > \dots > C_n \\ \max\left\{k: \sum_{i=1}^k u_x(C_i) \geq \lambda, 1 \leq k \leq n\right\} \\ C_1 < C_2 < \dots < C_n \end{cases}$$

表 1 2018 年各评价因子的权重系数

评价因子	DO	COD <sub>Mn</sub>	BOD <sub>5</sub>	氨氮	TP	TN
1月	0.211 7	0.142 0	0.069 5	0.062 7	0.217 2	0.296 9
2月	0.170 3	0.146 9	0.108 4	0.062 9	0.242 1	0.269 4
3月	0.198 6	0.137 5	0.060 4	0.065 4	0.226 8	0.311 4
4月	0.189 6	0.139 6	0.063 2	0.075 6	0.264 5	0.267 4
5月	0.214 0	0.157 2	0.055 7	0.063 7	0.313 1	0.196 2
6月	0.214 0	0.162 4	0.051 2	0.066 6	0.255 2	0.250 7
7月	0.194 1	0.145 6	0.068 8	0.087 8	0.290 8	0.212 9
8月	0.215 4	0.119 7	0.068 0	0.063 1	0.320 5	0.213 2
9月	0.214 5	0.131 5	0.061 6	0.069 3	0.324 8	0.198 3
10月	0.213 0	0.141 5	0.067 9	0.052 2	0.351 2	0.174 0
11月	0.210 3	0.143 0	0.069 8	0.055 3	0.364 2	0.157 3
12月	0.210 7	0.137 0	0.065 8	0.066 9	0.344 3	0.175 2
组合赋权的平均权重	0.204 7	0.142 0	0.067 5	0.066 0	0.292 9	0.226 9

### 2.2 算子与评价原则

由相乘相加算子计算出的各月水质类别隶属度、最大隶属度原则的有效度 $\alpha$ 以及综合评价结果如表2所示,由表可得只有1、2和6月有效度 $\alpha$

本文采用如下步骤来判定水质类别。

第一,通过加权平均型算子的运算,由模糊关系矩阵和各评价因子的权重系数,得到水质模糊综合评价矩阵 $B$ ,再根据模糊综合评价矩阵 $B$ ,计算出最大隶属度原则的有效度 $\alpha$ <sup>[7]</sup>。

$$\alpha = \frac{n\beta - 1}{2\gamma(n - 1)}$$

其中, $n$ —模糊综合评价矩阵 $B$ 中的元素个数; $\beta$ —最大隶属度; $\gamma$ —第二大隶属度。当 $0.5 \leq \alpha < 1$ 时,最大隶属度原则有效;当 $0 \leq \alpha < 0.5$ 时,最大隶属度原则低效;当 $\alpha = 0$ 时,最大隶属度原则失效。

第二,对于有效度 $\alpha > 0.5$ 的监测断面,可采用最大隶属度原则评价水质类别;对于有效度 $\alpha < 0.5$ 的监测断面,则采用置信度准则评价水质类别。

## 2 结果与讨论

### 2.1 组合权重值

层次分析法和熵权法计算得到滴水湖2018年12个月各评价指标的组合权重系数见表1。

$> 0.5$ ,其可以通过最大隶属度原则来判断评价等级,其余各月需要根据置信度准则计算,置信度 $\lambda$ 一般取0.6与0.7之间,本文取0.68。



表 2 隶属度及综合评价结果

水质	I 类	II 类	III 类	IV 类	V 类	$\alpha$	基于熵权的模糊层次评价法
1 月	0.217	0.383	0.103	0.137	0.16	0.53	II 类
2 月	0.221	0.088	0.402	0.143	0.145	0.57	III 类
3 月	0.252	0.274	0.163	0.025	0.286	0.20	III 类
4 月	0.231	0.187	0.241	0.28	0.062	0.21	IV 类
5 月	0.275	0.241	0.327	0.157	0	0.29	III 类
6 月	0.273	0.175	0.454	0.098	0	0.58	III 类
7 月	0.215	0.197	0.328	0.261	0	0.31	III 类
8 月	0.312	0.154	0.235	0.299	0	0.23	III 类
9 月	0.291	0.209	0.22	0.279	0	0.20	III 类
10 月	0.344	0.25	0.096	0.309	0	0.29	III 类
11 月	0.360	0.274	0.045	0.320	0	0.31	IV 类
12 月	0.346	0.240	0.098	0.317	0	0.29	III 类

### 2.3 与传统模糊综合评价法评价结果的对比讨论

同时利用模糊综合评价法和基于熵权的模糊层次评价法,对滴水湖 2018 年 12 个月的水质进行评价。通过和传统模糊评价法的对比,基于熵权的模糊层次评价法的评价结果更为合理,主要体现在:

(1) 未出现类似于 1、2、5、6 月份某 II 类水质隶属度一样的情况,不会导致评价结果的不确定性。

(2) 3 月份的 6 个指标依次属于 I 类、II 类、I 类、II 类、III 类、V 类,因为该月有效度为 0.2,故表示按照最大隶属度评价出来的结果—V 类只有 20% 的可信度,且隶属于 I ~ IV 类的隶属度和为 0.714,已经超过了总隶属度的一半 (0.5),所以传统模糊评价法将其归为 V 类水质标准是不合适的;由于隶属于 I ~ III 类的隶属度和为 0.689 > 置信度 0.68,这说明判定为 III 类较为合理。

(3) 对于 8、9、10 月份,传统模糊综合评价法都评价为 IV 类,而基于熵权的模糊层次评价法都评价为 III 类。以 8 月份为例,该月有效度为 0.23,故表示按照最大隶属度评价出来的结果—IV 类只有 23% 的可信度,且隶属于 I ~ III 类的隶属度和为 0.701 > 置信度 0.68,这说明判定为 III 类较为合理。

(4) 12 月份,传统模糊综合评价法将其评价为 IV 类,而基于熵权的模糊层次评价法为 III 类。对比 11 月份,2 种评价方法的评价结果都是 IV 类;但是从隶属度分布上可以看出 12 月份的水质明显要优于 11 月份,故传统模糊综合评价法无法辨别两者更细微的差异,而置信度识别的结果可以更加合理地反映。

## 3 结论

(1) 基于熵权的模糊层次评价法得出的 2018 年滴水湖逐月水质情况分布于 II ~ IV 类,其中 II 类占比 8.33%, III 类占比 75%, IV 类占比 16.67%,符合整体 III ~ IV 类且局部 II 类的规划中远期水质目标,满足城市一般工业用水和人类非直接接触娱乐用水的需求,和实际情况相符。通过和传统模糊评价法的对比,基于熵权的模糊层次评价法的评价结果更合理,可以辨别更细微的水质差异。

(2) 在传统的模糊综合评价法的基础上,引入层次分析法和熵权法的组合赋权、相乘相加算子以及置信度准则,并应用于上海市滴水湖的水质评价。结果表明这是一种合理、可靠且更全面的水质评价方法,值得推广。

(3) 建议今后采用更加直观且包含信息更加全面的水质评价方法,如进行全时段的水质变化综合评价,增加浮游植物或动物等生态指标,完善评价指标体系,建立突破现行地表水分类标准限制的评价体系等。

## 参考文献

- [1] 王淞, 林香民. 模糊数学在地表水水质评价中的应用 [J]. 能源与环境, 2006 (2): 45-47.
- [2] 王艳艳, 张瑞斌, 赵言文, 等. 模糊综合评价法在湖泊水质评价中的应用研究 [J]. 江苏农业科学, 2010 (1): 326-328.
- [3] 王新智, 张虎子, 贾振, 等. 基于单项指数法和模糊综

- 合评价法对松花江吉林市段水质的评价 [J]. 环境科学与管理, 2012, 37 (9): 184-187.
- [4] 李进, 陈益滨, 师伟. 模糊综合评价法在地下水水质评价中的应用 [J]. 地下水, 2006, 2: 4-5+22.
- [5] 贺玉龙, 戴本林, 陶雪峰. 基于置信度准则的地表水水质模糊综合评价 [J]. 中国给水排水, 2011, 27 (23): 52-55.
- [6] 孟宪萌, 胡和平. 基于熵权的集对分析模型在水质综合评价中的应用 [J]. 水利学报, 2009, 40 (3): 257-262.
- [7] 王静, 董肖丽. 模糊评价中最大隶属度原则的改进 [J]. 河北水利, 2011 (2): 27-28.
- [8] 江敏, 刘金金, 胡文婷, 等. 滴水湖沉积物对磷的吸附特性初探 [J]. 环境科学与技术, 2012, 35 (5): 18-23.
- [9] 徐建官. 滴水湖水质现状及保护初探 [J]. 环境监测管理 & 技术, 2010, 22 (1): 64-66.
- [10] 朱叶华, 曾涛, 杨军, 等. 综合水质指数法对长江沙市江段的水质评价 [J]. 南水北调与水利科技, 2010, 8 (5): 122-124.
- [11] 卢文喜, 李迪, 张蕾, 等. 基于层次分析法的模糊综合评价在水质评价中的应用 [J]. 节水灌溉, 2011 (3): 43-46.
- [12] 程乾生. 属性识别理论模型及其应用 [J]. 北京大学学报 (自然科学版), 1997, 33 (1): 12-20.