

综述与专论

上海市四季 PM_{2.5} 时间序列的 多重分形特征

卢凯丽, 沈可, 王博

(中国地质大学(武汉)数学与物理学院, 湖北 武汉 430074)

摘要:为了解 PM_{2.5} 浓度随时间演变的动力学特征,采用多重消除趋势波动分析法(MF-DFA),对上海市春夏秋冬四季的 PM_{2.5} 日浓度数据时间序列进行了分析,结果表明:上海市四季的 PM_{2.5} 日时间序列在整个时间尺度上均表现出正长程相关性,且存在多重分形特征,且夏季多重分形特征最强,冬季最弱;上海市四季的 PM_{2.5} 时间序列的多重分形特征均是波动的胖尾分布和自身的长程相关性共同作用的结果:对于春夏两季,序列本身的长程相关性对多重分形特征的影响比较大;对于秋冬两季,波动的胖尾分布对多重分形特征的贡献比较大。MF-DFA 可以有效地分析 PM_{2.5} 时间序列的标度不变性和多重分形特征,对于描述时间序列的动力学演变特征具有重要的意义,是一种有效的大气污染物时间序列的非线性研究方法。

关键词:PM_{2.5}; MF-DFA; 多重分形; 广义 Hurst 指数

中图分类号:X831

文献标识码:A

文章编号:1006-8759(2017)05-0001-07

MULTIFRACTAL FEATURES OF SEASONAL PM_{2.5} TIME SERIES IN SHANGHAI

LU Kai-li, Shen Ke, Wang bo

(School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: It analyzed the seasonal PM_{2.5} time series of Shanghai by using multifractal and detrended fluctuation analysis method. The result show that: 1) the seasonal PM_{2.5} time series show positive long-range correlation and multifractal nature on the whole time scale; 2) The multifractal natures of the seasonal PM_{2.5} time series of Shanghai are due to both broad probability density function and long-range correlation: Broad probability density plays a more important role in the multifractal nature of the daily PM_{2.5} time series of autumn and winter, while multifractal natures of the daily PM_{2.5} time series of spring and summer are mainly attributed to the long-range correlation. MF-DFA can identify the scaling invariance and multifractal characteristics of time series, which has practical significance for describing the dynamics of the air pollutant time series and provides an effective way for nonlinear study of atmospheric pollutants.

Key words: PM_{2.5}; MF-DFA; Multifractal; Generalized Hurst index Prediction and evaluation.

大气是地球上生命存在与发展的基础,良好的大气状态能够为人类的生产、生活和生存提供

理想的环境,因此空气质量问题始终是政府、环境保护部门和全国人民共同关注的热点问题。目前,PM_{2.5}已成为国内外城市大气的主要污染物,是严重危害人类健康的罪魁祸首,因此针对 PM_{2.5}

收稿日期:2017-05-10

第一作者简介:卢凯丽(1990-),女,硕士研究生,主要从事应用概率统计方面的研究。

浓度变化的研究具有十分重要的意义。

大量研究表明 PM2.5 的浓度变化不仅仅受到污染源的分布和排放的影响,还有许多其他因素(如气象条件)的复杂影响^[1],这些因素的相互作用使得 PM2.5 浓度的演变表现出一定的非线性特性^[2]。而分形理论作为一种重要的处理复杂现象的非线性方法之一,通过运用分形理论中的方法来计算和提取时间序列的特征值,可以有效地发现其复杂的非线性规律,从而对时间序列的整体演变过程进行更系统的分析。分形的概念最早是在 1975 年由美籍法国数学家 Mandelbrot 提出^[3],在随后的几十年里不断发展与完善,如今分形方法在金融、气象、水文等^[4-7]领域都得到了广泛的应用,并且取得了不错的成果。

本文将分形理论中的一个重要方法——多重分形消除趋势波动分析法(MF-DFA),应用到上海市四季的 PM2.5 时间序列的研究中,通过多重分形参数来表示上海市四季的 PM2.5 演化系统的动力特征,并探讨了其多重分形特征的形成的原因。

1 研究方法

1.1 研究方法

多重消除趋势波动分析法(MF-DFA)是 Kantelhardt(2002)^[8-9]等人基于消除趋势波动分析方法(DFA)的基础上提出的用于判断时间序列多重分形性的有效方法。MF-DFA 的基本原理如下:

对于一个长度的 PM2.5 时间序列 $\{x_k\}$, 构造其去均值的和序列 $\{y(k)\}$:

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}), (k=1,2,\dots,N) \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{其中: } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

将新序列 $\{y(k)\}$ 从头到尾分割成长度为 s 的 N 个不重叠的区间,其中 $N_s = [N/s]$ 。由于在通常情况下, N_s 不一定被 s 整除,为了保证信息不丢失,将 $\{y(k)\}$ 从尾到头再分割一次,由此可以得到 $2N_s$ 个长度为 s 的区间。

对每个区间中的 s 个点,采用最小二乘估计进行多项式拟合

$$P_j^m(t) = b_{j_0} + b_{j_1}t + \dots + b_{j_{(m-1)}}t^{m-1} + b_{j_m}t^m \quad (2)$$

然后计算内个子区间的均方误差

当 $j=1,2,\dots,N_s$ 时,

$$F^2(j,s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[(j-1)s+i] - P_j^m(i)\}^2$$

当 $j=N_s+1, N_s+1 \dots N_s$ 时,

$$F^2(j,s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{y[N-(j-N_s)s+i] - P_j^m(i)\}^2$$

对 $2N_s$ 个区间,求 $F^2(j,s)$ 均值,得到 q 阶波动方程 $F_q(s)$

当 q 为不为 0 的实数时,

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{j=1}^{2N_s} [F^2(j,s)]^q \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (3)$$

当 $q=0$ 时,

$$F_q(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{j=1}^{2N_s} \ln [F^2(j,s)] \right\} \quad (4)$$

$F_q(s)$ 存在幂律形式的波动,即 $F_q(s) \sim S^{h(q)}$, 则时间序列 $\{x_k\}$ 存在长程相关性。 $h(q)$ 值可由计算出的 $F_q(s)$ 和 s 数值,在双对数坐标系 ($\log F_q(s)$, $\log s$) 中通过最小二乘法拟合得到:

$$\log F_q(s) = h(q) \log s + C \quad (5)$$

$h(q)$ 就是广义的 hurst 指数,当 $h(q)$ 为一个固定的常数时,所研究的序列为单分形;当 $h(q)$ 随 q 变化而变化时,序列即为多重分形。当 $q=2$ 时, MF-DFA 就是经典的 DFA,此时 $h(q)$ 就是经典的 Hurst 指数 H ,可以用于判定时间序列的长程相关性,一般可以分为以下几种情况:当 $H=0.5$ 时,表明时间序列完全独立,不存在长期的统计依赖性;当 $0.5 < H < 1$ 时,表明所研究的时间序列具有长程相关性,且表现为正相关,即过去的一个增长趋势意味着将来的一个增长(下降)趋势, H 越接近 1,持续性就越强;当 $0 < H < 0.5$ 时,表明所研究的时间序列具有反相关性,即过去的一个增长(下降)趋势意味着将来的一个下降(增长)趋势, H 越接近 0,持续性就越强。

通过广义的 hurst 指数 $h(q)$ 可以得到标度指数 $\tau(q)$

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (6)$$

而奇异指数 α 、多重分形奇异谱 $f(\alpha)$ 可以通过 Legendre 变换得到:

$$\alpha = \tau'(q) \quad (7)$$

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \quad (8)$$

1.2 多重分形参数及其物理含义

对于多重分形曲线 $\alpha-f(\alpha)$ 的左半段 $\Delta\alpha_L$ 主要刻画了 $q \geq 0$ 的特征,能够反映出 PM2.5 浓度较大的值的特征;而右半段 $\Delta\alpha_R$ 主要突出了 $q < 0$ 的特征,能够反映出 PM2.5 浓度较小的值的特征。多重分形谱宽度 $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$,主要用于刻画 PM2.5 时间序列的波动幅度,描述多重分形的强度。 $\Delta\alpha$ 越大,时间序列分布越不均匀,数据波动越剧烈,多重分形特征也越强。 $\Delta f = f(\alpha_{\min}) - f(\alpha_{\max})$ 描述了 PM2.5 浓度高值区域和低值区域分布的比例, $\Delta f > 0$,表示 PM2.5 浓度处于最高浓度的机会比处于最低浓度的机会大,反之亦然。非对称指数 $R = \frac{\Delta\alpha_L - \Delta\alpha_R}{\Delta\alpha}$ 反映了多重分形谱不对称的程度。当 $R > 0$ 时,谱的顶点右偏,此时相对较高的分形指数占主导地位,数值较大的事件占优;当 $R < 0$ 时,谱的顶点左偏,此时相对较低的分形指数占主导地位,数值较小的事件占优;当 $R = 0$ 时,谱的形状对称。

1.3 多重分形的成因

为了加深了解时间序列复杂的波动演化规律,需要进一步对时间序列多重分形特征的动力来源进行研究。通常时间序列的多重分形性是由波动的胖尾概率分布或小幅波动及大幅波动在不同的时间尺度中的持续影响(即时间序列的长程相关性)引起的^[10-11]。为了分析以上两种原因对时间序列多重分形性的影响程度,要对原始时间序列进行相位随机化处理和重排(打乱数据顺序)^[12],从而产生的序列分别称为替代序列和重排序列。相位随机化处理能保留时间序列的相关关系,但削弱了时间序列的非线性特征;重排能够保留时间序列的波动分布,但破坏了时间序列的长程相关性。

2 实证分析

2.1 数据及其描述

选取上海市自 2013 年 3 月 1 日至 2017 年 02 月 28 日的 PM2.5 日浓度数据进行研究,数据来源于上海市空气质量实时发布系统(<http://www.semc.gov.cn/aqi/home/DayData.aspx>)。根据 1461 个 PM2.5 日浓度数据整理出春夏秋冬四季的 PM2.5 日数据,其中春季数据长度为 368,夏季数据长度为 368,秋季数据长度为 364,冬季数据长度为 361。季节的划分按照气象学的标准,即春季为 3

月至 5 月,夏季为 6 月至 8 月,秋季为 9 月至 11 月,冬季为 12 月至翌年 2 月。

上海市四季的 PM2.5 日数据时间序列变化趋势见图 1,其基本统计量(SPSS23.0)见表 1。

由图 1 可知,上海市四季的 PM2.5 浓度在所研究的时间段内变化有涨有落,呈现出不同幅度的波动变化。上海市春季 PM2.5 日均浓度为 $55.16 \mu\text{g}/\text{m}^3$,属于中国空气二级质量标准(良),在整个研究时间段内,春季 PM2.5 日均值属于中国空气一级质量标准(优)占 25.82%,属于中国空气二级质量标准(良)占 53.53%,属于中国空气三级质量标准(轻度污染)占 16.3%;上海市夏季 PM2.5 日均浓度为 $39.62 \mu\text{g}/\text{m}^3$,属于中国空气二级质量标准(良),在整个研究时间段内,夏季 PM2.5 日均值属于中国空气一级质量标准(优)占 48.91%,属于中国空气二级质量标准(良)占 43.26%;上海市秋季 PM2.5 日均浓度为 $42.03 \mu\text{g}/\text{m}^3$,属于中国空气二级质量标准(良),在整个研究时间段内,秋季日均值属于中国空气一级质量标准(优)占 51.92%,属于中国空气二级质量标准(良)占 37.36%;上海市冬季 PM2.5 日均浓度为 $69.57 \mu\text{g}/\text{m}^3$,属于中国空气二级质量标准(良),在整个研究时间段内,冬季日均值属于中国空气一级质量标准(优)占 26.32%,属于中国空气二级质量标准(良)占 37.95%,属于中国空气三级质量标准(轻度污染)占 20.22%。在整个研究时间段内,上海市 PM2.5 日浓度均值以中国空气一、二级质量标准为主,并且具有明显的季节变化特征,春冬季节浓度高,夏秋季节浓度低。

通过表 1 可以看出,四季 PM2.5 日时间序列的峰度、偏度均大于 0,说明四季的日 PM2.5 时间序列分布呈现右拖尾尖峰状,由此可知,所研究的序列均不服从高斯分布,具有明显的非线性特征,因此选用非线性方法来进行下一步的研究比较合理。

表 1 上海市四季 PM2.5 时间序列基本统计量

	样本数	最小值	最大值	均值	标准差	偏度	峰度
春季 PM2.5 日数据	368	14	161	55.16	27.922	1.131	1.422
夏季 PM2.5 日数据	368	5	124	39.62	22.127	1.112	1.254
秋季 PM2.5 日数据	364	5	214	42.03	28.835	1.998	5.951
冬季 PM2.5 日数据	361	8	447	69.58	49.928	2.146	9.476

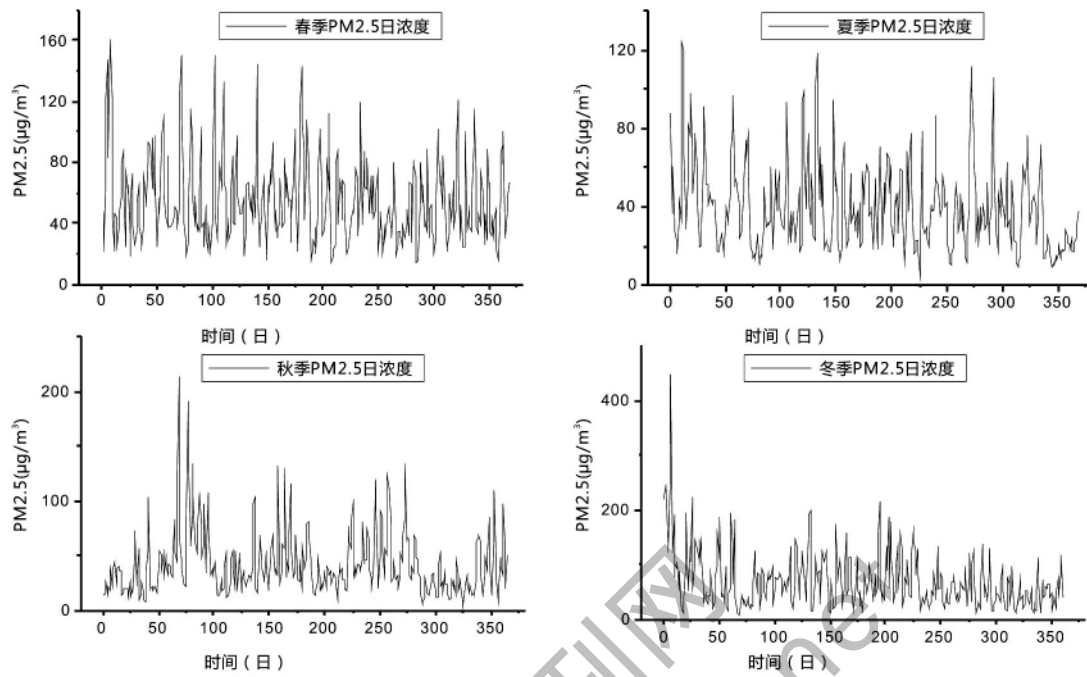


图 1 上海市四季的 PM2.5 日浓度时间序列变化趋势

2.2 上海市四季的 PM2.5 日时间序列的多重分形分析

对上海市春夏秋冬四季 PM2.5 日数据时间序

列进行 MF-DFA 分析,得到的结果见图 2,多重分形参数见表 2。

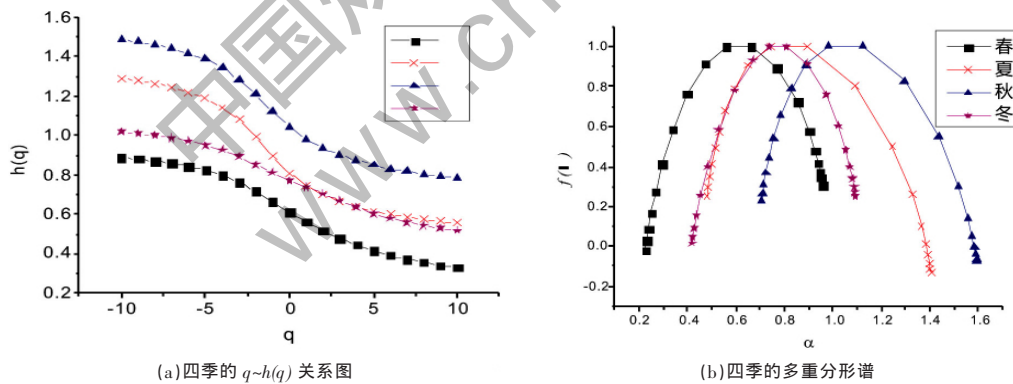


图 2 上海市四季的 PM2.5 日时间序列的 MF-DFA 结果

从图 2 可知,上海市四季的 PM2.5 日时间序列的广义的 hurst 指数 $h(q)$ 均随着 q 的增加而减少,说明 $h(q)$ 是关于 q 的函数,而不是一个固定的常数,说明上海市四季的 PM2.5 时间序列都具有多重分形特征。当 q 取 2 时,四季序列的经典 hurst 指数分别为 0.518,0.699,0.937 和 0.704,均大于 0.5,呈现出长程相关性,其中春季表现出很弱的长程相关性,夏季和秋季表现出较强的长程

相关性,而秋季有很强的长程相关性,由此可知,在未来一段时间内,春夏秋冬各季的 PM2.5 浓度波动变化与过去保持一致。上海市四季的 PM2.5 日时间序列的多重分形谱均为单峰函数,进一步说明上海市各季的 PM2.5 浓度波动具备多重分形特征,用简单的单一分形模型来描述是不合适的。

由表 2 可知,夏季的多重分形谱宽度 $\Delta\alpha$ 最

表2 海市四季的PM2.5时间序列的多重分形参数

	α_{max}	α_{min}	$\Delta\alpha$	$f(\alpha_{max})$	$f(\alpha_{min})$	Δf	$\Delta\alpha_L$	$\Delta\alpha_R$	R
春季	0.9569	0.2273	0.730	0.3031	-0.0177	0.321	0.435	0.294	0.193
夏季	1.4043	0.4811	0.923	-0.1326	0.2539	0.387	0.417	0.506	-0.097
秋季	1.5943	0.7069	0.887	-0.0769	0.2251	0.302	0.417	0.471	-0.061
冬季	1.0927	0.4195	0.574	0.2515	0.0144	-0.237	0.283	0.390	0.159

宽,然后依次为秋季、春季、冬季的多重分形谱宽度最小,说明在过去一段时间里,夏季的PM2.5浓度波动变化最大,有最强的多重分形性;而冬季的 $\alpha-f(\alpha)$ 曲线相对密集,多重分形性相对较弱,其浓度的波动变化的奇异性也较小。春冬两季的 Δf 小于0,大于0,多重分形谱呈现出右偏的“倒钟状”,表明春冬两季的左半段 $\Delta\alpha_L$ 取值范围比较大,PM2.5污染浓度较大的事件比污染浓度较小的事件更加有优势,即PM2.5污染浓度较大的事件主导的地位;而夏秋两季的 Δf 大于0,小于0,多重分形谱呈现出左偏的“倒钟状”,表明夏秋两季的右半段 $\Delta\alpha_R$ 取值范围比较大,夏秋两季PM2.5污染浓度较小的事件比污染指数较大的事件有优势,即PM2.5污染浓度较小的事件占更加主导的地位。

2.3 上海市四季的PM2.5日时间序列的多重分形成因分析

对上海市春夏秋冬四季PM2.5日数据时间序列(原始序列)及其相应的变换后的替代序列和重排序列进行MF-DFA分析,得到的结果见图3、图4,各季替代序列和重排序列其相应的统计特征值见表3。

表3 春夏秋冬替代序列和重排序列基本统计量

	样本数	最小值	最大值	均值	标准差	偏度	峰度
春季替代序列	368	-17.045	139.197	55.16	27.922	0.176	0.144
春季重排序列	368	14	161	55.16	27.922	1.131	1.422
夏季替代序列	368	-15.565	99.584	39.62	22.127	-0.013	-0.279
夏季重排序列	368	5	124	39.62	22.127	1.112	1.254
秋季重排序列	364	-44.034	118.759	42.03	28.835	-0.126	0.009
秋季重排序列	364	5	214	42.03	28.835	1.822	4.862
冬季替代序列	361	-73.790	213.230	69.58	49.928	-0.002	-0.025
冬季重排序列	361	8	447	69.58	49.928	2.146	9.476

由表3可知,各季替代序列的偏度、峰度皆接近于0,说明随机相位处理很好地削弱了原始序列的非高斯性,而各季的重排序列的基本统计量与原始序列相同,说明重排序列完整地保留了原

始序列的非线性特征。

从图3、图4可知,上海市春夏秋冬四季PM2.5日数据的原始序列及其相应的变换后的替代序列和重排序列的广义的hurst指数 $h(q)$ 均随着 q 的增加而减少,且它们的多重分形谱均为单峰函数,说明上海市春夏秋冬四季PM2.5日数据的原始序列、替代序列和重排序列均存在多重分形特征。上海市春夏秋冬各季PM2.5日数据的替代序列的广义的hurst指数 $h(q)$ 均和原始序列相差不大,说明相位随机化处理结果比较好地保留原始序列的相关性;上海市春夏秋冬各季PM2.5日数据的重排序列的广义的hurst指数 $h(q)$ 均比原始序列小,说明重排结果比较好地破坏了原始序列的相关性;对于春夏秋冬各季,经过转换后的序列的多重分形谱宽度均明显小于原始序列,说明经过转化后的序列多重分形特征明显减弱,这说明上海市春夏秋冬各季PM2.5日时间序列的多重分形特征是由序列本身的长程相关性和波动的胖尾分布共同作用的结果。对于春、夏两季,替代序列的多重分形谱宽度要大于重排序列的多重分形谱宽度,说明对于春夏两季序列的长程相关性对原始序列的多重分形特征影响比胖尾分布要大;而秋冬两季的替代序列要比重排序列窄,这可以解释成极端大的高斯事件对时间序列分形特征的影响,说明对于秋冬两季的PM2.5日时间序列的多重分形特征,波动的胖尾分布贡献度比较大。

3 结论

本文以2013年3月1日到2017年2月28日之间的PM2.5日浓度数据整理出来的春夏秋冬四季的日PM2.5的波动变化数据为基础,利用MF-DFA模型,对上海市四季的日PM2.5浓度时间尺度变化进行研究,得到的结论如下:

上海市春夏秋冬四季的PM2.5日浓度数据的波动变化在统计上并不是完全独立,而是在时间尺度上表现长程相关性,因此未来的PM2.5浓度

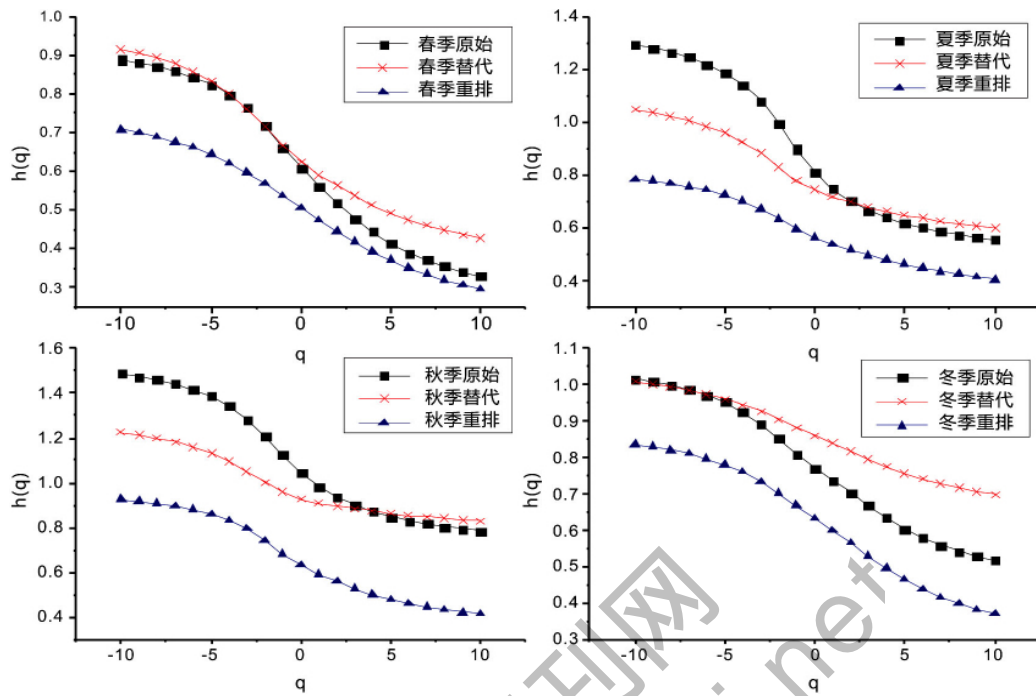


图3 四季原始、替代、重排序列的关系

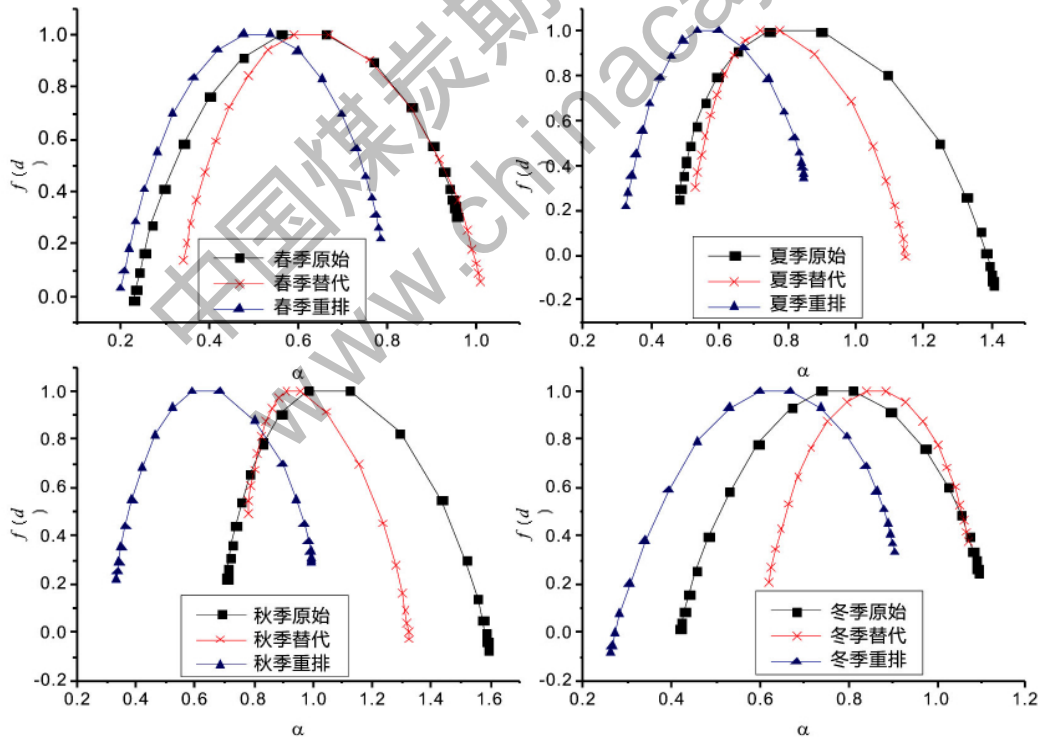


图4 四季原始、替代、重排序列的多重分形谱

的变化能够根据过去的 PM2.5 波动信息进行有效的预测。

多重分形参数分析结果表明，上海市四季的日 PM2.5 浓度波动变化均存在多重分形性，夏季的多重分形强度最强，然后依次为秋季、春季，冬

季的多重分形特征最弱，春冬两季 PM2.5 污染浓度较大的事件占主导地位，而夏秋两季污染浓度较小的事件占主导地位。

上海市四季的 PM2.5 日时间序列的多重分形性是波动的胖尾概率分布和自身的长程相关性共

同作用的结果。对于春夏两季,序列本身的长程相关性对多重分形特征的影响比较大;而对于秋冬两季,波动的胖尾分布对多重分形特征的贡献比较大。

MF-DFA 可以有效地分析时间序列的标度不变性和多重分形特征,对于描述大气污染物时间序列的动力学变化具有现实意义,为大气污染物的非线性研究提供了一种新的途径。以上结论对于上海市 PM_{2.5} 时间序列的非线性研究提供重要的理论依据,对充分认识上海市 PM_{2.5} 的动力学演变具有十分重要的意义。

参考文献

- [1] 李名升,任晓霞,于洋,等. 中国大陆城市 PM_{2.5} 污染时空分布规律[J]. 中国环境科学, 2016, 36(3):641-650.
- [2] 杨云,付彦丽. 基于 T-S 模型模糊神经网络的 PM_{2.5} 质量浓度预测[J]. 陕西科技大学学报, 2015(6):162-166.
- [3] Mandelbrot B B. Fractals: Form, Chance, and Dimension [M]. New York: W.H. Freeman and Company, 1997
- [4] 魏宇,黄登仕. 基于多标度分形理论的金融风险测度指标研究[J]. 管理科学学报, 2005, 8(4):50-59.
- [5] Breslin M C, Belward J A. Fractal dimensions for rainfall time series [J]. Mathematics & Computers in Simulation, 1999, 48 (4-6): 437-446.
- [6] Rodriguez Iturbe I, Marani M, Rigon R, et al. Self-organized river basin landscapes: Fractal and multifractal characteristics [J]. Water Resources Research, 1994, 30(12):3531-3539.
- [7] 史凯,刘春琼,艾南山. 上海市空气质量变化的多重分形分析[J]. 环境污染与防治, 2008, 30(9):60-64.
- [8] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, et al. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series [J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2002, 316(1-4):87-114.
- [9] Kantelhardt J W, Koscielny-Bunde E, Rybski D, et al. Long-term Persistence and Multifractality of Precipitation and River Runoff Records [J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 2006, 111(D1):93-108.
- [10] Kantelhardt J W, Rybski D, Zschiegner S A, et al. Multifractality of River Runoff and Precipitation: Comparison of Fluctuation Analysis and Wavelet Methods[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2003, 330(1-2):240-245.
- [11] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature [M]. New York: W.H. Freeman and Company, 1982
- [12] 苑莹,庄新田. 基于多重分形的金融市场复杂性分析及应用[M]. 北京:中国经济出版社, 2012.
- [13] 徐小丽,郑婷婷. PM_{2.5} 变化趋势的联合多重分形分析[J]. 合肥学院学报(自科版), 2014, 24(3):26-30.
- [14] Shi K. Multifractal Processes and Self-Organized Criticality of PM_{2.5} during a Typical Haze Period in Chengdu, China [J]. Aerosol & Air Quality Research, 2015, 2015(3).
- [16] 张琛,倪志伟,姜婷. 基于 WPTMM 的 PM_{2.5} 与气象条件关系的联合多重分形分析[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(8):2166-2176.
- [17] 钱鹏,鲁凤,龚晗,等. 上海市 2000-2012 空气污染变化特征及 R/S 分析[J]. 南通大学学报(自然科学版), 2014, 13(4):40-43.

(上接第 22 页)

钙硬度和甲基橙碱度,水处理药剂成本比投加 Ca(OH)₂ 略高,但是投加 NaOH 比投加 Ca(OH)₂ 操作更方便,工作环境更好,降低了设备维护成本和工人劳动强度,因此投加 NaOH 法可以作为去除钙硬度的重要方法之一。

参考文献

- [1] 程功林,高亮,陈永春,等. 煤矿工业广场生活污水再生利用试验研究[J]. 水处理技术, 2013, 39(3):88-90.
- [2] 范华,韩少华,周如禄. 东滩煤矿水资源梯级利用处理工艺及模式研究[J]. 能源环境保护, 2011, 25(4):44-47.
- [3] 周如禄,宁静,毛维东. 矿区生活污水深度处理后作电厂用水应用研究[J]. 煤炭科学技术, 2008, 36(7):1-2,37.
- [4] 肖艳,周如禄,郭中权. 石灰法降低矿井水硬度设备的研制与应用[J]. 煤炭科学技术, 2009, 30(8):1-3.
- [5] GB50050-2007, 工业循环冷却水处理设计规范[S].
- [6] GB/T 7476-1987, 水质 钙的测定 EDTA 滴定法[S].
- [7] GB/T 15451-2006, 工业循环冷却水 总碱及酚酞碱度的测定[S].
- [8] 胡瑞柱,黄廷林,杨尚业. 石灰法与氢氧化钠法去除地下水源硬度试验对比研究[J]. 给水排水, 2016, 42(7):29-35.
- [9] 王更国,徐伟志,刘山彪,等. 韶钢生活水厂投加 NaOH 替代石灰工艺的技术改造[J]. 中国给水排水, 2007, 23(18):24-27.
- [10] 周如禄,郭中权,杨建超. 生活污水深度处理后作电厂循环冷却水试验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2013, 42(1):152-156.
- [11] 宋丰明. 石灰混凝法去除尾水中碱度及有机物试验研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2006:1-65.
- [12] 王晓蓉. 环境化学[M]. 南京:南京大学出版社, 1993.